

Grundlagen der Reibungstheorie: Das Coulombsche Reibungsgesetz.

Klassische Reibungsmodelle: Theorie von Bowden und Tabor, Modell von Tomlinson

I. Einführung. Reibung zwischen Festkörpern ist ein außerordentlich kompliziertes physikalisches Phänomen. Es umfasst elastische und plastische Deformationen von Oberflächenbereichen der kontaktierenden Körper, Mikrobrüche und die Wiederherstellung der Kontinuität des Materials, Anregung von Elektronen und Phononen, chemische Reaktionen und Übertragung von Teilchen von einem Körper zum anderen. Umso erstaunlicher ist es, dass sich ein sehr einfaches „Reibungsgesetz“ formulieren lässt, das für viele Ingenieur Anwendungen in erster Näherung reicht: Die Reibungskraft ist proportional zur Normalkraft und so gut wie unabhängig von der Geschwindigkeit. Die erstaunlichste Eigenschaft der trockenen Reibung besteht darin, dass sie - in erster Näherung - weder von der scheinbaren Kontaktfläche noch von der Rauigkeit abhängt. Diese Eigenschaften erlauben uns, den Begriff des Reibungskoeffizienten zu benutzen. Der Reibungskoeffizient gibt aber nur eine sehr grobe erste Näherung der Reibungskraft. Diese Erkenntnis schlägt sich manchmal in der Behauptung nieder, dass der Reibungskoeffizient „nicht existiert“. Einige Ingenieure sind nicht in der ersten sondern in der zweiten und dritten Näherung interessiert. Der genaue Wert der Reibungskraft und Details ihrer Abhängigkeit von der Geschwindigkeit können eine kritische Rolle für Ingenieur Anwendungen spielen. Steigt die Reibungskraft auch nur leicht mit der Geschwindigkeit, so ist der Reibungsprozess in der Regel stabil. Nimmt sie mit der Geschwindigkeit leicht ab, so stehen wir vor dem Problem des Quietschens, das viele Industriebranchen verzweifelt zu lösen versuchen.

Leonardo da Vinci hat als erster die Reibungsgesetze experimentell untersucht und die oben genannten

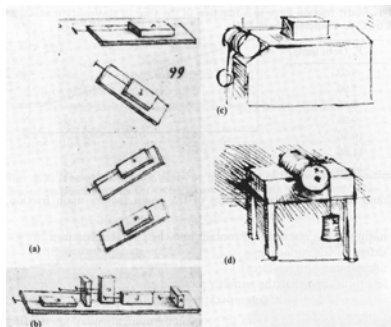
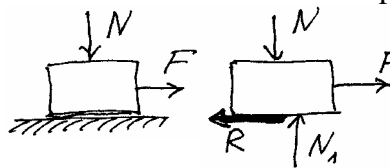


Bild 1. Aus einer Schrift von Leonardo da Vinci

Gesetzmäßigkeiten formuliert, z.B. dass der Reibwiderstand proportional zum Gewicht und unabhängig von der Kontaktfläche ist. Die letztere Eigenschaft hat er mit Hilfe der im Bild 1 gezeigten Experimente abgeleitet.

II. Haftreibung und Gleitreibung

In dieser Vorlesung untersuchen wir nur die *trockene* oder *Coulomb'sche* Reibung zwischen festen Körpern. Durch sehr ausführliche experimentelle Untersuchungen hat Coulomb (1736-1806) festgestellt, dass die Reibungskraft R zwischen zwei Körpern, die mit der



Normalkraft N an einander gedrückt sind, in erster, grober

Näherung folgende einfache Eigenschaften hat:

A. Die Haftreibung (auch *statische Reibungskraft*) R_s , die zu überwinden ist, um den Körper in Bewegung zu setzen, ist proportional zur Anpresskraft N :

$$R_s = \mu_s N. \tag{1}$$

Der Koeffizient μ_s heißt *statischer Reibungskoeffizient*. Er hängt von der Materialpaarung ab, weist aber dagegen fast keine Abhängigkeit von der Kontaktfläche und Rauigkeit der Oberflächen. Bereits Coulomb hat festgestellt, dass μ_s mit der Standzeit wächst.

B. Die Gleitreibung (auch *kinetische Reibungskraft*) R_k ist die Widerstandskraft, die *nach* dem Überwinden der Haftung wirkt. Coulomb hat experimentell folgende Eigenschaften der Gleitreibungskraft festgestellt:

- Gleitreibung ist proportional zur Anpresskraft N

$$R_k = \mu_k N \tag{2}$$

- Sie weist keine wesentliche Abhängigkeit von der Kontaktfläche und Rauigkeit der Oberflächen

- Der kinetische Reibungskoeffizient ist näherungsweise gleich dem statischen Reibungskoeffizienten:

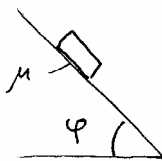
$$\mu_k \approx \mu_s$$

- Die Gleitreibung hängt nicht (bzw. nur sehr schwach) von der Gleitgeschwindigkeit ab. Oft wird angenommen, dass μ_k mit der Geschwindigkeit schwach abnimmt. Das gilt aber nicht immer, (z.B. nicht bei Gummireifen bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten).

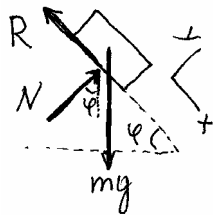
Anders als oft behauptet, haben die statischen und kinetischen Reibungskräfte die gleiche physikalische Herkunft und können in vielen mechanischen Aufgaben nicht getrennt betrachtet werden. Auch der Unterschied zwischen dem statischen und kinetischen Reibungskoeffizienten erweist sich als relativ, da oft entweder der Übergang vom statischen zum Gleitkontakt kontinuierlich passiert (das ist der Fall im angetriebenen Rad) oder die "Haftreibung" sich in Wirklichkeit als Gleitreibung bei sehr kleinen Geschwindigkeiten entpuppt (das ist der Fall bei Gummireibung, z.B. Gummireifen auf der Straße).

III. Reibungswinkel

Auf einer geneigten Ebene liegt ein Klotz (Haftreibungskoeffizient zwischen beiden sei μ_s). Wie groß darf der Neigungswinkel werden, damit der Klotz nicht rutscht?



Lösung. Bei maximalem Neigungswinkel wird die Reibungskraft ihren maximalen möglichen Wert $R = \mu_s N$ erreichen.



Kräftegleichgewicht in diesem kritischen Zustand (im gezeigten Koordinatensystem) lautet

$$x: mg \sin \varphi - \mu_s N = 0$$

$$y: N - mg \cos \varphi = 0$$

daraus folgt

$$\tan \varphi = \mu_s \quad (3)$$

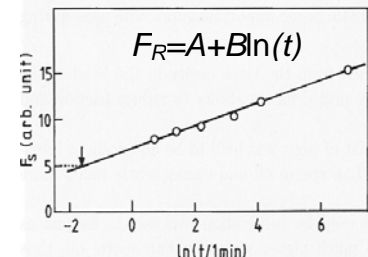
Tangens des "Rutschwinkels" ist gleich dem statischen Reibungskoeffizienten. Dieser Winkel heißt "Reibungswinkel".

IV. Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Standzeit und Normalkraft.

Es war ebenfalls Coulomb, der Abweichungen von dem einfachen Reibungsgesetz feststellte.

So hat er z.B. gefunden, dass die Haftreibungskraft mit der Zeit nach dem Stillstand wächst. In der Tabelle sind die Daten von Coulomb angeführt.

t (min.)	F_a (arb. units)
0	5.02
2	7.90
4	8.66
9	9.25
26	10.36
60	11.86
960	15.35



Im darauf folgenden Bild ist die Reibkraft über dem Logarithmus der Zeit aufgetragen. In diesen Koordinaten ist dies eine Gerade, was durch heutige Theorien gut erklärt wird. Der Effekt ist technisch relevant. Er macht viel Ärger in Automobil-Aufhängesystemen, wo die Haftreibung als Losbrechkraft bekannt ist. Die lineare Abhängigkeit der Reibungskraft von der Normalkraft ist ebenfalls nur annähernd richtig. Der mit guter Genauigkeit linearen Abhängigkeit der Reibkraft von der Normalkraft für zwei Papieroberflächen

(Bild rechts) steht eine oft nichtlineare Abhängigkeit für Polymere gegenüber. Es ist trotzdem erstaunlich, wie gut dieses Gesetz für sehr viele verschiedene Reibpaarungen erfüllt ist.

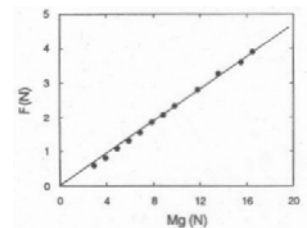
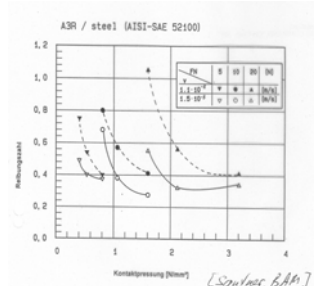


Bild. Kinetische Reibungskraft für $v = 10 \mu/s$ als Funktion der Normalkraft $L = Mg$ für ein Papier-Papier-Kontakt.

Es gab viele Versuche, die Universalität und die Einfachheit des Coulombschen Reibungsgesetzes zu erklären. Der eine Versuch war der von Greenwood. Obwohl die Theorie von Greenwood zu einer in guter Näherung linearen Abhängigkeit der Kontaktfläche von der Normalkraft führt und somit - die gleiche Scherfestigkeit der Kontaktgebiete vorausgesetzt - zur linearen Abhängigkeit der Reibungskraft



von der Normalkraft, hängt der Proportionalitätskoeffizient stark von der Geometrie der Rauigkeiten ab. Der Reibungskoeffizient wäre demnach sehr verschieden für geschliffene und polierte Oberflächen, was aber meistens nicht der Fall ist.

V. Theorie von Bowden und Tabor

1949 haben Bowden und Tabor eine einfache Theorie vorgeschlagen, welche die Herkunft der Gleitreibung zwischen reinen metallischen Oberflächen durch Bildung der Schweißbrücken erklärte. Wenn zwei Körper zusammengedrückt werden, so kommen sie in einigen Bereichen so nahe aneinander, dass die Atome eines Körpers in Kontakt mit den Atomen des zweiten Körpers kommen, während es erhebliche Bereiche gibt, in denen die Entfernung so groß ist, dass jegliche interatomare Wechselwirkungen vernachlässigt werden können. Die Kontaktbereiche nennen wir *Brücken*; die Gesamtfläche aller Brücken ist die reale Kontaktfläche A . Die restliche Fläche ist meistens viel größer als die reale Kontaktfläche, gibt aber beinahe keinen Beitrag zur Gleitreibungskraft.

Wir haben gesehen, dass die reale Kontaktfläche in den meisten praktischen Fällen in guter Näherung abgeschätzt werden kann, indem wir annehmen, dass alle Mikrokontakte plastisch deformiert sind und die Spannung gleich der Eindruckhärte σ_c des Materials ist. Diese Annahme liefert für die reale Kontaktfläche

$$A \approx F_N / \sigma_c. \quad (4)$$

Ist zum Scheren einer Schweißbrücke eine Tangentialspannung τ_c erforderlich, so ist die maximale Haftreibung

$$F_{H,\max} = F_N \frac{\tau_c}{\sigma_c}. \quad (5)$$

Da die Scherfestigkeit für isotrope plastische Körper ca. 1/2 der Zugfestigkeit beträgt und diese wiederum ca. 1/3 der Eindringhärte ist, sollte sich in der Regel eine universelle Abhängigkeit $F_{H,\max} \approx \frac{1}{6} F_N$ ergeben mit einem

Reibungskoeffizienten $\mu \approx \frac{1}{6} \div \frac{1}{5}$. Viele Reibungskoeffizienten für nicht geschmierte me-

tallische Paarungen (z.B. Stahl gegen Stahl, Stahl gegen Bronze, Stahl gegen Grauguss u.a.) haben tatsächlich die Größenordnung $\mu \sim 0.16 - 0.2$. Das gilt aber nicht für reine Metalle, bei denen der Reibungskoeffizient typischerweise höher ist und eine Größenordnung von 0.5 bis 0.8 hat. Diese Abweichung ist wahrscheinlich auf die kristalline Anisotropie reiner Metalle zurückzuführen, wodurch die oben aufgeführten Abschätzungen für plastisch isotrope Medien ungültig werden. Bei großen Drucken kann der Reibungskoeffizient zwischen reinen Metallen noch höhere Werte erreichen, was offenbar mit der plastischen Deformation und der dadurch verursachten Änderung der Oberflächentopographie zusammenhängt. Die oben angeführte Abschätzung ist auch aus anderen Gesichtspunkten sehr grob. Ein Asperit, der sich schon im Zustand an der Fließgrenze befindet, hat z.B. eine kleinere Scherfestigkeit als im anfänglich nicht gespannten Zustand. Bereits die Gleichung (5) enthält viele Annahmen, die nicht exakt erfüllt sind. So ist ein Teil der Asperiten nicht im plastischen Zustand und auch von denen, die im plastischen Zustand sind, ist ein Teil der Kontaktfläche nicht plastisch deformiert. Der plastische Zustand kann weiterhin streng genommen nicht als ein stationärer Zustand angenommen werden: Wegen des Kriechens erhöht sich die Kontaktfläche mit der Zeit (vergleiche die oben beschriebenen Experimente von Coulomb). Eine genauere Reibungstheorie sollte diese Aspekte in Betracht ziehen.

Einen beeindruckenden Nachweis zu einer nur schwachen Abhängigkeit der Reibungskraft (und des Verschleißes) von der Rauigkeit liefern Experimente mit der Übertragung von radioaktiven Elementen. Im nächsten Bild sind Ergebnisse eines Experimentes

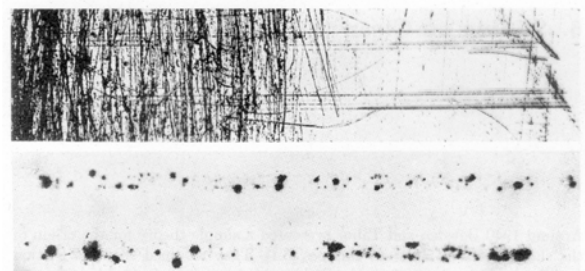


Fig. 6.2. Micrograph (top) and autoradiograph (bottom) of a copper surface, part of which has a roughness of 250 Å, the other part 5000 Å, after a radioactive copper block had been slid over it. Load 4 kg and speed 0.01 cm/s. The friction force and the wear are independent of the surface roughness. From [6.2].

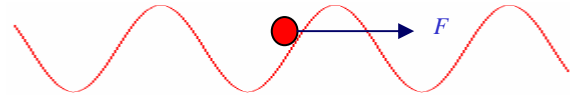
dargestellt, in dem ein radioaktiver Kupferklotz über eine Kupferplatte gezogen wurde, die in einem Teil eine Rauigkeit von 25 nm und im anderen Teil eine zwanzigmal größere Rauigkeit von 500 nm hatte. Diese großen Unterschiede in der Rauigkeit haben aber beinahe keinen Einfluss auf den Materialtransfer von einem Körper zum anderen (den man sich durch die anschließende Messung der Radioaktivität veranschaulichen kann). Die Rauigkeit hat nicht einmal einen Einfluss auf die Größe der Kontaktgebiete. Dies ist auf den ersten Blick nicht verständlich, da die mittlere Fläche eines Mikrokontaktgebietes nach der Greenwoodschen Theorie $\propto Rh$ beträgt, wobei R der mittlere Krümmungsradius und h die mittlere Höhenstreuung (diese Abschätzung gilt auch für plastische Kontakte). Somit sollte die Kontaktfläche von der Oberflächentopographie abhängen. Die Konstanz der Größe der Kontaktgebiete bedeutet, dass für die glatteren Oberflächen der mittlere Krümmungsradius sich in genau dergleichen Proportion vergrößert wie sich die Höhenstreuung vermindert. Die Ursachen dafür sind in den Mechanismen des Polierens zu suchen (siehe das Kapitel über den adhäsiven Verschleiß).

VI. Tomlinson-Modell für trockene Reibung

Während die Theorie von Bowden and Tabor höchstwahrscheinlich den richtigen Weg zum Verständnis der trockenen Reibung von Metallen auf der makroskopischen Skala liefert, sind die Gesetzmäßigkeiten und die Mechanismen der Reibung auf der atomaren Skala verschieden von den eben beschriebenen. In den letzten Jahren standen die Forschungen der atomaren und Nanoskala-Mechanismen im Zentrum der Reibungsforschung. Das war bedingt zum einen durch die neuen experimentellen Methoden (Atomkraftmikroskopie, Quartz-Kristall-Mikrowaagen, surface force apparatus) als auch mit der raschen Entwicklung numerischer Simulationsmethoden.

Eines der populärsten Modelle, das in unzähligen Varianten zur Modellierung von Prozessen auf der atomaren Skala eingesetzt wird, ist das Tomlinson-Modell. Ungeachtet der Einfachheit, beschreibt es viele wesentliche

Merkmale der trockenen Reibung und wurde in der letzten Zeit mit verschiedenen Variationen intensiv in der Reibungsphysik ausgenutzt. Betrachten wir eine eindimensionale Bewegung eines Körpers in einem periodischen Potential in Anwesenheit einer linearen



Dämpfung. Die Bewegungsgleichung des Körpers hat die Form

$$m\ddot{x} = F - \eta\dot{x} - N \sin(2\pi x/a) \quad (6)$$

wobei x die Koordinate des Körpers, m seine Masse, F die auf den Körper wirkende äußere Kraft, η der Dämpfungskoeffizient, N die Amplitude der periodischen Kraft und a die Wellenlänge des periodischen Potentials sind. Das Modell von Tomlinson beschreibt viele wesentliche Eigenschaften der trockenen Reibung. In der Tat, müssen wir an den Körper eine bestimmte Mindestkraft anlegen, damit eine makroskopische Bewegung überhaupt beginnen kann. Diese Mindestkraft wird von uns makroskopisch als Haftreibung empfunden.

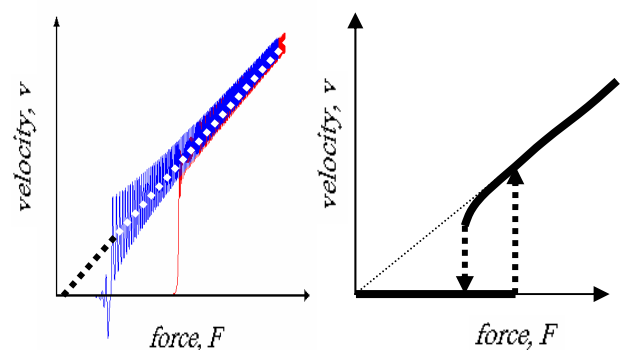


Bild. a: Abhängigkeit der momentanen Geschwindigkeit von der (linear mit der Zeit steigenden) Kraft, **b:** makroskopisches Reibungsgesetz: Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit von der Kraft.

Ist nun der Körper in Bewegung und nehmen wir die Kraft zurück, so wird sich der Körper im Allgemeinen auch bei einer kleineren Kraft als der Haftreibungskraft bewegen, da er einen Teil der nötigen Energie dank seiner Trägheit aufbringen kann. Makroskopisch bedeutet dies, dass die Gleitreibung kleiner als die Haftreibung sein kann, was ebenfalls ein sehr oft auftretendes Merkmal der trockenen

Reibung ist. Die statische Reibungskraft im Modell (6) ist gleich N .

Jede makroskopische Bewegung des Körpers in diesem Modell - auch eine gleichmäßige Bewegung - ist vom mikroskopischen Gesichtspunkt eine Superposition einer Bewegung mit einer konstanten Geschwindigkeit und von periodischen Schwingungen, wie auf dem Bild a gezeigt. Auf diesem Bild sind Ergebnisse einer numerischen Integration der Gleichung (6) dargestellt. Die tangentielle Kraft änderte sich von Null bis zu einem maximalen Wert größer als die statische Reibungskraft und nahm danach ab. Die Kurve zeigt die momentane Geschwindigkeit als Funktion der momentanen Kraft. Nachdem die kritische Kraft erreicht wird, beginnt sich der Körper mit einer endlichen makroskopischen Geschwindigkeit zu bewegen, die grob linear proportional zur Kraft steigt. Bei der Abnahme der Kraft bleibt der Körper in Bewegung auch bei Kräften kleiner als Haftreibungskraft. Bei einer kritischen Geschwindigkeit hört die makroskopische Bewegung auf, der Körper macht einige Schwingungen in einem Potentialminimum und kommt zum Stillstand.

Auf der makroskopischen Skala empfinden wir die mikroskopischen Schwingungen nicht. Die oben beschriebene Bewegung stellt vom makroskopischen Gesichtspunkt einen quasistationären Reibungsprozess dar. Die Abhängigkeit der *mittleren* Geschwindigkeit von der angelegten Kraft wird vom makroskopischen Beobachter als makroskopisches *Reibungsgesetz* empfunden.

Bei großer Dämpfung kann man das Reibungsgesetz analytisch berechnen:

$$F = \sqrt{N^2 + (\eta \langle \dot{x} \rangle)^2}. \quad (7)$$

Im allgemeinen Fall führen wir in (6) neue Variablen ein:

$$x = \xi \tilde{x}, \quad t = \tau \tilde{t}. \quad (8)$$

(6) nimmt dann die folgende Form an

$$m\xi \frac{\tilde{x}''}{\tau^2} = F - \eta\xi \frac{\tilde{x}'}{\tau} - N \sin(2\pi\xi\tilde{x}/a), \quad (9)$$

oder

$$\tilde{x}'' + \eta\tau^2 \frac{\tilde{x}'}{m\tau} + \tau^2 \frac{N}{m\xi} \sin(2\pi\xi\tilde{x}/a) = \tau^2 \frac{F}{m\xi}$$

Wir wählen

$$2\pi\xi/a = 1, \quad \tau^2 \frac{N}{m\xi} = 1. \quad (10)$$

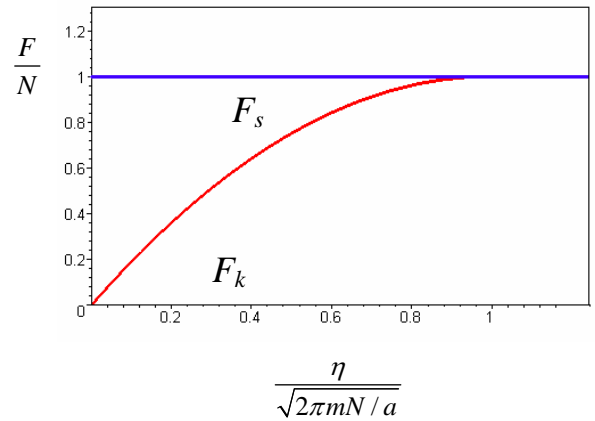
Die Gleichung (9) erhält die Form

$$\tilde{x}'' + \sqrt{\frac{a}{2\pi Nm}} \cdot \eta \tilde{x}' + \sin(\tilde{x}) = \frac{F}{N}, \quad (11)$$

In den neuen Variablen enthält die Gleichung nur zwei Parameter

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{a}{2\pi Nm}} \cdot \eta \quad \text{und} \quad \kappa_2 = \frac{F}{N}. \quad (12)$$

Der Charakter der Bewegung in den dimensionslosen Koordinaten \tilde{x}, \tilde{t} hängt nur von der Lage des Systems auf der Parameterebene (κ_1, κ_2) ab. Im nächsten Bild ist schematisch das Phasenportrait des Systems dargestellt.



Die horizontale Linie $F/N = 1$ stellt die statische Reibungskraft dar. Sie trennt den Bereich, in dem das ursprünglich unbewegliche System weiterhin unbeweglich bleibt. Die untere Kurve stellt die kritische (minimale) kinetische Reibungskraft dar. Oberhalb dieser Kraft bleibt das System, das in Bewegung versetzt wurde, weiterhin in Bewegung. Bei kleineren Kräften kommt das System zum Stillstand. Zu bemerken ist, dass die Kräfte F_s und F_k nur bei ausreichend kleinen Dämpfungen im System verschieden sind. Erreicht der Parameter $\kappa_1 = \sqrt{\frac{a}{2\pi Nm}} \cdot \eta$ einen kritischen Wert (~ 1), so werden beide kritische Werte gleich.